

Натуральное число  $n > 1$  называется свободным от квадратов, если оно не делится ни на один квадрат натурального числа, кроме 1. Составим две последовательности натуральных чисел:  $\{a_n\}$  и  $\{b_n\}$ , где  $a_n$  наибольший делитель числа  $n$ , являющийся точным квадратом натурального числа,  $b_n$  — наибольший свободный от квадратов делитель числа  $n$ . Обозначим через  $t(n)$  количество делителей числа  $n$ .

- а) Может ли выполняться равенство  $t(n) = t(a_n) + t(b_n)$ ?
- б) Сколько натуральных чисел  $n \leq 100$  удовлетворяют равенству  $t(n) = t(a_n) + 1$ ?
- в) Какие натуральные числа удовлетворяют равенству  $a_n \cdot b_n = n$ ? Какое наибольшее натуральное число  $n \leq 1000$  удовлетворяет неравенству  $a_n \cdot b_n > n$ ?