Биссектриса AM острого угла A равнобедренной трапеции $ABCD$ делит боковую сторону CD пополам. Отрезок DN перпендикулярен отрезку AM и делит сторону AB в отношении $AN : NB = 5 : 1$.

а) Докажите, что прямые BM и CN перпендикулярны.

б) Найдите длину отрезка MN, если площадь трапеции равна $3\sqrt{2}$.