Боковое ребро правильной четырехугольной пирамиды $SABCD$ образует с основанием угол 45°, сторона основания равна 4. Через среднюю линию треугольника ABD, не пересекающую BD, и середину высоты пирамиды проведена плоскость α.

а) Докажите, что плоскость α перпендикулярна ребру SC.

б) Найдите объем пирамиды $SKLM$, где K, L и M — точки пересечения α соответственно с ребрами SB, SD и SC.