Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$(1-a)\operatorname{ctg}^2 x+\frac{\operatorname{ctg} x}{\sin x}=a$$

имеет единственное решение на $\left[\frac{\pi}{3},\pi\right]$.