

Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$(1 - a) \operatorname{ctg}^2 x + \frac{\operatorname{ctg} x}{\sin x} = a$$

имеет единственное решение на $\left[\frac{\pi}{3}, \pi\right]$.