Дан треугольник ABC со сторонами $AC = 30$, $BC = 40$ и $AB = 50$. Вписанная в него окружность с центром I касается стороны BC в точке L, M — середина BC, AP — биссектриса треугольника ABC, O — центр описанной около него окружности.

а) Докажите, что P — середина отрезка LM.

б) Пусть прямые OI и AC пересекаются в точке K, а продолжение биссектрисы AP пересекает описанную окружность в точке Q. Найдите площадь четырёхугольника $OKCQ$.