Хорда $AB$ стягивает дугу окружности, равную 120°. Точка C лежит на этой дуге, а точка $D$ лежит на хорде $AB$. При этом $AD = 2$, $BD = 1$, $DC = \sqrt{2}$.

а) Докажите, что угол $ADC$ равен $\frac{\pi}{6}$.

б) Найдите площадь треугольника $ABC$.