

В школе, где учатся Поля, Маня и Дуня, есть длинный коридор вдоль одной из стен которого расположен длинный ряд из  $n$  ячеек, занумерованных натуральными числами от 1 до  $n$ , закрывающихся на замки, в которых школьники могут хранить свои личные вещи. Однажды, придя в школу в выходной день, Поля обнаружила все ячейки открытыми. Она стала обходить ряд ячеек сначала до конца, закрывая на замок каждую вторую ячейку. Достигнув конца ряда, она развернулась и снова стала закрывать на замок каждую вторую ячейку из тех, которые еще были открыты. Таким образом, Поля продолжала обходить ряд и закрывать на замок ячейки до тех пор, пока осталась незакрытой одна ячейка.

Обозначим  $f(n)$  номер последней открытой ячейки. Например, если количество ячеек  $n = 15$ , то  $f(15) = 11$ , как показано на рисунке.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
→	1	<u>2</u>	3	<u>4</u>	5	<u>6</u>	7	<u>8</u>	9	<u>10</u>	11	<u>12</u>	13	<u>14</u>	15	
	<u>1</u>		3		<u>5</u>		7		<u>9</u>		11		<u>13</u>		15	←
→			3				<u>7</u>			11					<u>15</u>	
			<u>3</u>							11						←

а) Найдите  $f(50)$ .

Докажите, что:

б) не существует натурального числа  $n$ , такого что  $f(n) = 2013$ ;

в) существует бесконечное множество натуральных чисел  $n$ , таких, что  $f(n) = f(50)$ .