

В школе, где учатся Поля, Маня и Дуня, есть длинный коридор вдоль одной из стен которого расположен длинный ряд из n ячеек, занумерованных натуральными числами от 1 до n , закрывающихся на замки, в которых школьники могут хранить свои личные вещи. Однажды, придя в школу в выходной день, Поля обнаружила все ячейки открытыми. Она стала обходить ряд ячеек сначала до конца, закрывая на замок каждую вторую ячейку. Достигнув конца ряда, она развернулась и снова стала закрывать на замок каждую вторую ячейку из тех, которые еще были открыты. Таким образом, Поля продолжала обходить ряд и закрывать на замок ячейки до тех пор, пока осталась незакрытой одна ячейка.

Обозначим $f(n)$ номер последней открытой ячейки. Например, если количество ячеек $n = 15$, то $f(15) = 11$, как показано на рисунке.

| | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|-----------|----|-----------|-----------|-----------|-----------|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | |
| → | 1 | <u>2</u> | 3 | <u>4</u> | 5 | <u>6</u> | 7 | <u>8</u> | 9 | <u>10</u> | 11 | <u>12</u> | 13 | <u>14</u> | 15 | |
| | <u>1</u> | | 3 | | <u>5</u> | | 7 | | <u>9</u> | | 11 | | <u>13</u> | | 15 | ← |
| → | | | 3 | | | | <u>7</u> | | | | 11 | | | | <u>15</u> | |
| | | | <u>3</u> | | | | | | | | 11 | | | | | ← |

а) Найдите $f(50)$.

Докажите, что:

б) не существует натурального числа n , такого что $f(n) = 2013$;

в) существует бесконечное множество натуральных чисел n , таких, что $f(n) = f(50)$.