Сторона DC прямоугольника $ABCD$ служит высотой конуса с вершиной D, $DC = 2$. Радиус основания этого конуса в два раза длиннее отрезка BC. Шар касается плоскости прямоугольника $ABCD$ в точке A и имеет единственную общую точку с конусом. Найдите радиус шара.