

## Задания

## Задания Д12 С4 № 505879

В системе координат задана точка  $M(x; y)$ ,  $x > 0$ ,  $y > 0$ . Дана окружность с центром в точке  $M$  радиуса  $r$ , причем любая точка окружности имеет положительные координаты. Прямая, проходящая через точку  $O(0; 0)$  и через точку  $M$ , пересекает окружность в точках  $K$  и  $P$ , причем ордината точки  $K$  меньше, чем ордината точки  $P$ . Прямая, которая касается окружности в точке  $K$ , пересекает прямые  $x = 0$  и  $y = 0$  в точках  $A$  и  $B$ .

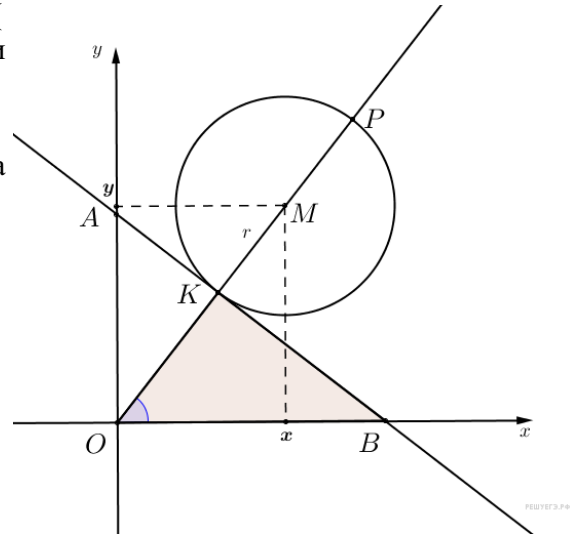
Найдите площадь треугольника  $OKB$ .

**Решение.**

Треугольник  $OKB$  является прямоугольным ( $OK \perp KB$ ), поэтому для поиска его площади достаточно найти его катеты:

$$OK = OM - KM = \sqrt{x^2 + y^2} - r.$$

1) В случае, если точка  $A$  лежит на оси  $OY$ ,  $B$  на оси  $OX$ , получим:



$$\operatorname{tg} \angle KOB = \frac{y}{x} \Rightarrow KB = OK \operatorname{tg} \angle KOB = \frac{y}{x} (\sqrt{x^2 + y^2} - r).$$

$$\text{Тогда } S_{OKB} = \frac{1}{2} OK \cdot KB = \frac{y (\sqrt{x^2 + y^2} - r)^2}{2x}.$$

2) В случае, если точка  $A$  лежит на оси  $OX$ ,  $B$  на оси  $OY$  (рисунок не приведен), получим:

$$\operatorname{tg} \angle KOB = \frac{x}{y} \Rightarrow KB = OK \operatorname{tg} \angle KOB = \frac{x}{y} (\sqrt{x^2 + y^2} - r).$$

$$\text{Тогда } S_{OKB} = \frac{1}{2} OK \cdot KB = \frac{x (\sqrt{x^2 + y^2} - r)^2}{2y}.$$

$$\text{Ответ: } S_{OKB} = \frac{y (\sqrt{x^2 + y^2} - r)^2}{2x} \text{ или } S_{OKB} = \frac{x (\sqrt{x^2 + y^2} - r)^2}{2y}.$$