

Задания

Задания Д12 С4 № 505879

В системе координат задана точка $M(x; y)$, $x > 0$, $y > 0$. Дана окружность с центром в точке M радиуса r , причем любая точка окружности имеет положительные координаты. Прямая, проходящая через точку $O(0; 0)$ и через точку M , пересекает окружность в точках K и P , причем ордината точки K меньше, чем ордината точки P . Прямая, которая касается окружности в точке K , пересекает прямые $x = 0$ и $y = 0$ в точках A и B .

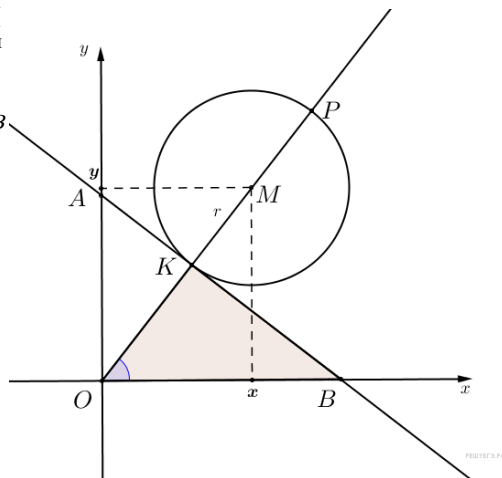
Найдите площадь треугольника OKB .

Решение.

Треугольник OKB является прямоугольным ($OK \perp KB$), поэтому для поиска его площади достаточно найти его катеты:

$$OK = OM - KM = \sqrt{x^2 + y^2} - r.$$

1) В случае, если точка A лежит на оси OY , B на оси OX , получим:



$$\operatorname{tg} \angle KOB = \frac{y}{x} \Rightarrow KB = OK \operatorname{tg} \angle KOB = \frac{y}{x} (\sqrt{x^2 + y^2} - r).$$

$$\text{Тогда } S_{OKB} = \frac{1}{2} OK \cdot KB = \frac{y (\sqrt{x^2 + y^2} - r)^2}{2x}.$$

2) В случае, если точка A лежит на оси OX , B на оси OY (рисунок не приведен), получим:

$$\operatorname{tg} \angle KOB = \frac{x}{y} \Rightarrow KB = OK \operatorname{tg} \angle KOB = \frac{x}{y} (\sqrt{x^2 + y^2} - r).$$

$$\text{Тогда } S_{OKB} = \frac{1}{2} OK \cdot KB = \frac{x (\sqrt{x^2 + y^2} - r)^2}{2y}.$$

$$\text{Ответ: } S_{OKB} = \frac{y (\sqrt{x^2 + y^2} - r)^2}{2x} \text{ или } S_{OKB} = \frac{x (\sqrt{x^2 + y^2} - r)^2}{2y}.$$