

**ЕГЭ — 2018. Основная волна 01.06.2018. Вариант 401 (С часть).**

1. а) Решите уравнение:  $2 \sin^2 x + \sqrt{2} \sin \left( x + \frac{\pi}{4} \right) = \cos x$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[ -2\pi; -\frac{\pi}{2} \right]$ .

2. В цилиндре образующая перпендикулярна плоскости основания. На окружности одного из оснований цилиндра выбраны точки  $A$ ,  $B$  и  $C$ , а на окружности другого основания — точка  $C_1$ , причём  $CC_1$  — образующая цилиндра, а  $AC$  — диаметр основания. Известно, что  $\angle ACB = 30^\circ$ ,  $AB = \sqrt{2}$ ,  $CC_1 = 2$ .

- а) Докажите, что угол между прямыми  $AC_1$  и  $BC$  равен  $45^\circ$ .  
 б) Найдите объём цилиндра.

3. Решите неравенство:  $\log_5(3x+1) + \log_5 \left( \frac{1}{72x^2} + 1 \right) \geq \log_5 \left( \frac{1}{24x} + 1 \right)$ .

4. Четырёхугольник  $ABCD$  вписан в окружность радиуса  $R = 8$ . Известно, что  $AB = BC = CD = 12$ .

- а) Докажите, что прямые  $BC$  и  $AD$  параллельны.  
 б) Найдите  $AD$ .

5. 15-го декабря планируется взять кредит в банке на 1 000 000 рублей на  $(n+1)$  месяц. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по  $n$ -й долг должен быть на 40 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- 15-го числа  $n$ -го месяца долг составит 200 тысяч рублей;
- к 15-му числу  $(n+1)$ -го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Найдите  $r$ , если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 1378 тысяч рублей.

6. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} ax^2 + ay^2 - (2a-5)x + 2ay + 1 = 0, \\ x^2 + y = xy + x \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

7. На доске написано 11 различных натуральных чисел. Среднее арифметическое шести наименьших из них равно 5, а среднее арифметическое шести наибольших равно 15.

- а) Может ли наименьшее из этих одиннадцати чисел равняться 3?  
 б) Может ли среднее арифметическое всех одиннадцати чисел равняться 9?  
 в) Пусть  $B$  — шестое по величине число, а  $S$  — среднее арифметическое всех одиннадцати чисел. Найдите наибольшее значение выражения  $S - B$