

**Вариант № 5410460**

**А. Ларин: Тренировочный вариант № 71.**

1. а) Решите уравнение  $\sin 8\pi x + 1 = \cos 4\pi x + \sqrt{2} \cos \left(4\pi x - \frac{\pi}{4}\right)$ .

б) Найдите все корни на промежутке  $[2 - \sqrt{7}; \sqrt{7} - 2]$ .

2. В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  с вершиной  $S$  сторона основания равна  $4\sqrt{3}$ . Через прямую  $AB$  проведено сечение перпендикулярное ребру  $SC$ , площадь которого равна 18. Найдите длину бокового ребра пирамиды.

3. Решите систему неравенств: 
$$\begin{cases} |2^{x+2} - 5| + |2^{x+1} - 3| \leq |6 \cdot 2^x - 8|, \\ \log_{2^{x-1}}(4x^2) \leq 1. \end{cases}$$

4. Диаметр  $AB$  и хорда  $CD$  окружности пересекаются в точке  $E$ , причём  $CE = DE$ . Касательные к окружности в точках  $B$  и  $C$  пересекаются в точке  $K$ . Отрезки  $AK$  и  $CE$  пересекаются в точке  $M$ .

а) Докажите подобие треугольников  $ACE$  и  $OKB$ , где  $O$  — центр данной окружности.

б) Найдите площадь треугольника  $CKM$ , если  $AB = 10$ ,  $AE = 1$ .

5. Найдите все значения параметра  $a$ , при которых функция

$$f(x) = \sin 2x - 8(a+1)\sin x + (4a^2 + 8a - 14)x$$

является возрастающей на всей числовой прямой и при этом не имеет критических точек.

6. а) Дано шесть натуральных чисел. Все они различны и дают в сумме 22. Найдите эти числа.

б) Докажите, что других таких чисел нет.

в) Тот же вопрос про 100 чисел, дающих в сумме 5051.