А. Ларин: Тренировочный вариант № 32.

1. а) Решите уравнение $\dfrac{1+2\sin^2 x-3\sqrt{2}\sin x+\sin 2x}{2\sin x\cdot\cos x-1}=1.$

б) Найдите все корни уравнения на промежутке $[-\pi;\ \pi]$.

2. Правильную четырехугольную пирамиду пересекает плоскость, проходящая через вершину основания перпендикулярно противоположному боковому ребру. Площадь получившегося сечения в два раза меньше площади основания пирамиды. Найдите отношение длины высоты пирамиды к длине бокового ребра.

3. Решите систему неравенств $\begin{cases}15\cdot\dfrac{4^{x-2}}{4^x-3^x}>1+\left(\dfrac{3}{4}\right)^x,\\ \log_{x\sqrt[6]{3}}(3x^6+2x^2-6)>6.\end{cases}$

4. В ромбе $ABCD$ со стороной 2 и углом 60° проведены высоты CM и DK. Найдите длину отрезка MK.

5. Найдите все значения параметра a при каждом из которых уравнение

$$9^{-x+1}\cdot 3^{x^2}+a^3+5a^2+a+\sqrt{2}=\sin\frac{\pi x}{4}+\cos\frac{\pi x}{4}+3$$

имеет единственное решение.

6. Банкомат обменивает монеты: дублоны на пистоли и наоборот. Пистоль стоит s дублонов, а дублон — $1/s$ пистолей, где s — не обязательно целое. В банкомат можно вбросить любое число монет одного вида, после чего он выдает в обмен монеты другого вида, округляя результат до ближайшего целого числа (если ближайших чисел два, выбирается большее).

а) Может ли так быть, что обменяв сколько-то дублонов на пистоли, а затем обменяв полученные пистоли на дублоны, мы получим больше дублонов, чем было в начале?

б) Если да, то может ли случится, что полученное число дублонов еще увеличится, если проделать с ними такую же операцию?