Задания

Задание 12 № 3747

Найдите наименьшее значение функции $y=4\operatorname{tg}x-8x+2\pi-15$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{3};\frac{\pi}{3}\right]$.

Решение.

Это задание ещё не решено, приводим решение прототипа.

Найдите наименьшее значение функции $y=2\operatorname{tg}x-4x+\pi-3$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{3};\frac{\pi}{3}\right]$.

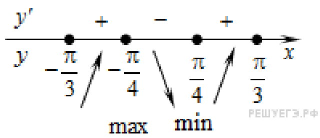
Найдем производную заданной функции:

$$y'=2\cdot\frac{1}{\cos^2x}-4=\frac{-2(2\cos^2x-1)}{\cos^2x}=\frac{-2\cos2x}{\cos^2x}.$$

Производная определена во всех точках заданного отрезка. Найдем ее нули на этом отрезке:

$$\begin{cases}\cos2x=0,\\ -\frac{2\pi}{3}\le2x\le\frac{2\pi}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x=\frac{\pi}{2},\\ 2x=-\frac{\pi}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{4},\\ x=-\frac{\pi}{4}.\end{array}\right.$$

Определим знаки производной функции на заданном отрезке и изобразим на рисунке поведение функции:



Наименьшим значением функции на заданном отрезке будет наименьшее из чисел $y\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ и $y\left(\frac{\pi}{4}\right)$. Найдем их:

$$y\left(-\frac{\pi}{3}\right)=-4\left(-\frac{\pi}{3}\right)+2\operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{3}\right)+\pi-3=\frac{7\pi}{3}-2\sqrt{3}-3>0\ ,$$

$$y\left(\frac{\pi}{4}\right)=2\cdot1-4\left(\frac{\pi}{4}\right)+\pi-3=-1.$$

Заметим, что $y\left(-\frac{\pi}{3}\right)>y\left(\frac{\pi}{4}\right)$, поэтому наименьшее значение функции на отрезке равно -1.

Ответ: -1.

Прототип задания