

## ЕГЭ по математике 06.06.2016. Основная волна. Вариант 605 (С часть).

1. а) Решите уравнение  $\sin 2x + 2 \cos \left(x - \frac{\pi}{2}\right) = \sqrt{3} \cos x + \sqrt{3}$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$ .

2. На рёбрах  $CD$  и  $BB_1$  куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  с ребром 12 отмечены точки  $P$  и  $Q$  соответственно, причём  $DP = 4$ , а  $B_1 Q = 3$ . Плоскость  $APQ$  пересекает ребро  $CC_1$  в точке  $M$ .

а) Докажите, что точка  $M$  является серединой ребра  $CC_1$ .

б) Найдите расстояние от точки  $C$  до плоскости  $APQ$ .

3. Решите неравенство  $\frac{9^x - 3^{x+1} - 19}{3^x - 6} + \frac{9^{x+1} - 3^{x+4} + 2}{3^x - 9} \leq 10 \cdot 3^x + 3$ .

4. В прямоугольном треугольнике  $ABC$  с прямым углом  $C$  точки  $M$  и  $N$  — середины катетов  $AC$  и  $BC$  соответственно,  $CH$  — высота.

а) Докажите, что прямые  $MN$  и  $NH$  перпендикулярны.

б) Пусть  $P$  — точка пересечения прямых  $AC$  и  $NH$ , а  $Q$  — точка пересечения прямых  $BC$  и  $MN$ . Найдите площадь треугольника  $PQM$ , если  $AH = 4$  и  $BH = 2$ .

5. Вклад в размере 10 млн рублей планируется открыть на четыре года. В конце каждого года банк увеличивает вклад на 10% по сравнению с его размером в начале года. Кроме этого, в начале третьего и четвёртого годов вкладчик ежегодно пополняет вклад на  $x$  млн рублей, где  $x$  — целое число. Найдите наименьшее значение  $x$ , при котором банк за четыре года начислит на вклад больше 7 млн рублей.

6. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x-3)(y+3x-9) = |x-3|^3, \\ y = x+a \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

7. На доске написано 24 числа: восемь «5», восемь «4» и восемь «3». Эти числа разбивают на две группы, в каждой из которых есть хотя бы одно число. Среднее арифметическое чисел в первой группе равно  $A$ , среднее арифметическое чисел во второй группе равно  $B$ . (Для группы из единственного числа среднее арифметическое равно этому числу.)

а) Приведите пример разбиения исходных чисел на две группы, при котором среднее арифметическое всех чисел меньше  $\frac{A+B}{2}$ .

б) Докажите, что если разбить исходные числа на две группы по 12 чисел, то среднее арифметическое всех чисел будет равно  $\frac{A+B}{2}$ .

в) Найдите наибольшее возможное значение выражения  $\frac{A+B}{2}$ .