

Задания

Задание 11 № 118577

Игорь и Паша красят забор за 26 часов. Паша и Володя красят этот же забор за 39 часов, а Володя и Игорь — за 52 часа. За сколько часов мальчики покрасят забор, работая втроем?

Решение.

Это задание ещё не решено, приводим решение прототипа.

Игорь и Паша красят забор за 9 часов. Паша и Володя красят этот же забор за 12 часов, а Володя и Игорь — за 18 часов. За сколько часов мальчики покрасят забор, работая втроем?

Обозначим выполняемую мальчиками работу по покраске забора за 1. Пусть за $\frac{1}{v_1}$, $\frac{1}{v_2}$, $\frac{1}{v_3}$ часов Игорь, Паша и Володя, соответственно, покрасят забор, работая самостоятельно. Игорь и Паша красят забор за 9 часов:

$$\frac{1}{v_1 + v_2} = 9 \Leftrightarrow v_1 + v_2 = \frac{1}{9}$$

Паша и Володя красят этот же забор за 12 часов:

$$\frac{1}{v_3 + v_2} = 12 \Leftrightarrow v_3 + v_2 = \frac{1}{12},$$

а Володя и Игорь — за 18 часов:

$$\frac{1}{v_1 + v_3} = 18 \Leftrightarrow v_1 + v_3 = \frac{1}{18}$$

Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} v_1 + v_2 = \frac{1}{9}, \\ v_3 + v_2 = \frac{1}{12}, \\ v_1 + v_3 = \frac{1}{18}. \end{cases}$$

Просуммируем левые и правые части данных трех уравнений, получим:

$$\begin{aligned} 2(v_1 + v_2 + v_3) &= \frac{1}{18} + \frac{1}{12} + \frac{1}{9} \Leftrightarrow 2(v_1 + v_2 + v_3) = \frac{1}{4} \Leftrightarrow v_1 + v_2 + v_3 = \frac{1}{8} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{v_1 + v_2 + v_3} = 8. \end{aligned}$$

Ответ: 8.

Приведём ещё одно решение.

За один час Игорь и Паша красят $\frac{1}{9}$ забора, Паша и Володя красят $\frac{1}{12}$ забора, а Володя и Игорь — $\frac{1}{18}$ забора. Работая вместе, за один час два Игоря, Паши и Володи покрасили бы:

$$\frac{1}{9} + \frac{1}{12} + \frac{1}{18} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4} \text{ забора.}$$

Тем самым, они могли бы покрасить один забор за 4 часа. Поскольку каждый из мальчиков был учтен два раза, в реальности Игорь, Паша и Володя могут покрасить забор за 8 часов.

Примечание Дмитрия Гущина.

Заметим, что за 36 часов Игорь и Паша могут покрасить 4 забора, Паша и Володя — 3 забора, а Володя и Игорь — 2 забора. Работая вместе, за 36 часов они могли бы покрасить 9 заборов. Следовательно, один забор два Игоря, два Паши и два Володи могут покрасить за 4 часа. Поэтому, работая втроем, Игорь, Паша и Володя покрасят забор за 8 часов.

[Прототип задания](#)