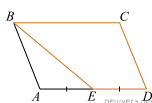


ЕГЭ–2025. Досрочная волна 28.03.2025. Центр.

1. Площадь параллелограмма  $ABCD$  равна 12. Точка  $E$  — середина стороны  $AD$ . Найдите площадь трапеции  $BCDE$ .



2. Даны векторы  $\vec{a} = (3; 1)$ ,  $\vec{b} = (2; -6)$ . Найдите значение выражения  $(\vec{a} + \vec{b})(5\vec{a} - \vec{b})$ .

3. Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания и высота которого равны 5. Найдите объем параллелепипеда.



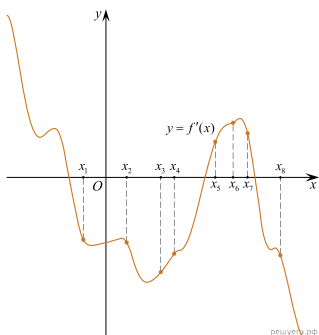
4. Перед началом волейбольного матча капитаны команд тянут честный жребий, чтобы определить, какая из команд начнет игру с мячом. Команда «Стартер» по очереди играет с командами «Протор», «Ротор» и «Мотор». Найдите вероятность того, что «Стартер» будет начинать только последнюю игру.

5. Помещение освещается фонарём с двумя лампами. Вероятность перегорания одной лампы в течение года равна 0,5. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.

6. Найдите корень уравнения  $\log_7(4 - x) = 2$ .

7. Найдите  $5\cos 2\alpha$ , если  $\sin \alpha = -0,9$ .

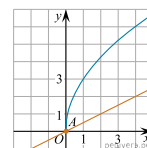
8. На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$  — и восемь точек на оси абсцисс:  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_8$ . В скольких из этих точек функция  $f(x)$  убывает?



9. Мотоциклист, движущийся по городу со скоростью  $v_0 = 100$  км/ч, выезжает из него и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением  $a = 32$  км/ч<sup>2</sup>. Расстояние от мотоциклиста до города, измеряемое в километрах, определяется выражением  $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$ , где  $t$  — время в часах. Определите наибольшее время, в течение которого мотоциклист будет находиться в зоне функционирования сотовой связи, если оператор гарантирует покрытие на расстоянии не далее чем в 150 км от города. Ответ дайте в минутах.

10. Один мастер может выполнить заказ за 15 часов, а другой — за 10 часов. За сколько часов выполнят заказ оба мастера, работая вместе?

11. На рисунке изображены графики функций видов  $f(x) = a\sqrt{x}$  и  $g(x) = kx$ , пересекающиеся в точках  $A$  и  $B$ . Найдите абсциссу точки  $B$ .



12. Найдите точку минимума функции  $y = (2x^2 - 38x + 38)e^{x-25}$ .

13. а) Решите уравнение  $2\sin^2 x + \sqrt{2}\sin(2\pi - x) + \sqrt{3}\sin 2x = \sqrt{6}\cos x$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[-\pi; \frac{\pi}{2}]$ .

14. В правильной треугольной призме сторона  $AB$  основания равна 2, точка  $M$  — середина ребра  $CC_1$ .

а) Докажите, что сечение  $A_1MB$  — равнобедренный треугольник.

б) Найдите высоту призмы, если площадь сечения равна 6.

15. Решите неравенство  $7\log_{12}(x^2 - 13x + 42) \leq 8 + \log_{12}\frac{(x-7)^2}{x-6}$ .

16. Строительство нового завода стоит 100 миллионов рублей. Затраты на производство  $x$  тыс. ед. продукции на таком заводе равны  $0,5x^2 + x + 7$  миллионов рублей в год. Если продукцию завода продать по цене  $p$  тысяч рублей за единицу, то прибыль фирмы (в миллионах рублей) за один год составит  $px - (0,5x^2 + x + 7)$ . Когда завод будет построен, фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. При каком наименьшем значении  $p$  строительство завода окупится не более, чем за 4 года?

17. Дана трапеция с диагоналями равными 5 и 12. Сумма оснований равна 13.

а) Докажите, что диагонали перпендикулярны.

б) Найдите площадь трапеции.

18. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $x^4 + (a-3)^2 = |x-a+3| + |x+a-3|$  либо имеет единственное решение, либо не имеет решений.

19. В группе поровну юношей и девушек. Юноши отправляли электронные письма девушкам. Каждый юноша отправил или 5 писем, или 16 писем, причём и тех, и других юношей было не менее двух. Возможно, что какой-то юноша отправил какой-то девушке несколько писем.

а) Могло ли оказаться так, что каждая девушка получила ровно 7 писем?

б) Каково наименьшее количество девушек могло быть в группе, если известно, что все они получили писем поровну?

в) Пусть все девушки получили различное количество писем (возможно, какая-то девушка не получила писем вообще). Каково наибольшее возможное количество девушек в такой группе?