

Задания

Задание 7 № 120473

Прямая $y = 2x + 8$ является касательной к графику функции $ax^2 + 14x + 20$. Найдите a .

Решение.

Это задание ещё не решено, приводим решение прототипа.

Прямая $y = 3x + 1$ является касательной к графику функции $f(x) = ax^2 + 2x + 3$. Найдите a .

Прямая $y = kx + b$ является касательной к графику функции $f(x)$ в точке x_0 тогда и только тогда, когда одновременно $f(x_0) = y(x_0)$ и $f'(x_0) = k$. В нашем случае имеем:

$$\begin{cases} 2ax_0 + 2 = 3, \\ ax_0^2 + 2x_0 + 3 = 3x_0 + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ax_0 = 0,5, \\ 0,5x_0 - x_0 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0,125, \\ x_0 = 4. \end{cases}$$

Искомое значение a равно 0,125.

Ответ: 0,125.

Приведем другое решение.

По смыслу задачи $a \neq 0$, а значит, график заданной функции — парабола. Касательная к параболе (а также и к гиперболе) имеет с ней единственную общую точку. Поэтому необходимо и достаточно, чтобы уравнение $ax^2 + 2x + 3 = 3x + 1$ имело единственно решение. Для этого дискриминант $1 - 8a$ уравнения $ax^2 - x + 2 = 0$ должен быть равен нулю, откуда $a = \frac{1}{8} = 0,125$.

[Прототип задания](#)