

ЕГЭ — 2017. Основная волна 02.06.2017. Вариант 402 (С часть).

1. а) Решите уравнение: $2 \log_2^2(\sin x) - 5 \log_2(\sin x) - 3 = 0$

б) Определите, какие из его корней принадлежат отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

2. Основанием прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ является прямоугольный треугольник ABC с прямым углом C . Прямые CA_1 и AB_1 перпендикулярны.

а) Докажите, что $AA_1 = AC$.

б) Найдите расстояние между прямыми CA_1 и AB_1 , если $AC = 7$, $BC = 8$.

3. Решите неравенство: $\frac{2^x + 8}{2^x - 8} + \frac{2^x - 8}{2^x + 8} \geq \frac{2^{x+4} + 96}{4^x - 64}$.

4. Две окружности с центром O_1 и O_2 пересекаются в точках A и B , причём точки O_1 и O_2 лежат по разные стороны от прямой AB . Продолжение диаметра CA первой окружности и хорды CB этой же окружности пересекает вторую окружность в точках D и E соответственно.

а) Докажите, что треугольники CBD и O_1AO_2 подобны.

б) Найдите AD , если $\angle DAE = \angle BAC$, радиус второй окружности в четыре раза больше радиуса первой и $AB = 2$.

5. 15-го января планируется взять кредит в банке на некоторый срок (целое число месяцев). Условие его выплаты таково:

– 1-го числа k -ого месяца долг возрастёт на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;

– со 2-го по 14-е число k -того месяца необходимо выплатить часть долга;

– 15-го числа k -того месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

На сколько месяцев планируется взять кредит, если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 20% больше суммы, взятой в кредит?

6. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\ln(6a - x) \ln(2x + 2a - 2) = \ln(6a - x) \ln(x - a)$$

имеет ровно один корень на отрезке $[0; 1]$.

7. Каждый из 32 студентов писал или одну из двух контрольных работ, или написал обе контрольные работы. За каждую работу можно было получить целое число баллов от 0 до 20 включительно. По каждой из двух контрольных работ в отдельности средний балл составил 14. Затем каждый студент назвал наивысший из своих баллов (если студент писал одну работу, то он назвал балл за неё). Среднее арифметическое названных баллов равно S .

а) Приведите пример, когда $S < 14$.

б) Могло ли оказаться, что только два студента написали обе контрольные работы, если $S = 11$?

в) Какое наименьшее количество студентов могло написать обе контрольные работы, если $S = 11$?