

А. Ларин: Тренировочный вариант № 32.

1. а) Решите уравнение $\frac{1 + 2\sin^2 x - 3\sqrt{2}\sin x + \sin 2x}{2\sin x \cdot \cos x - 1} = 1$.

б) Найдите все корни уравнения на промежутке $[-\pi; \pi]$.

2. Правильную четырехугольную пирамиду пересекает плоскость, проходящая через вершину основания перпендикулярно противоположному боковому ребру. Площадь получившегося сечения в два раза меньше площади основания пирамиды. Найдите отношение длины высоты пирамиды к длине бокового ребра.

3. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} 15 \cdot \frac{4^{x-2}}{4^x - 3^x} > 1 + \left(\frac{3}{4}\right)^x, \\ \log_{x\sqrt[6]{3}}(3x^6 + 2x^2 - 6) > 6. \end{cases}$$

4. В ромбе $ABCD$ со стороной 2 и углом 60° проведены высоты CM и DK . Найдите длину отрезка MK .

5. Найдите все значения параметра a при каждом из которых уравнение

$$9^{-x+1} \cdot 3^{x^2} + a^3 + 5a^2 + a + \sqrt{2} = \sin \frac{\pi x}{4} + \cos \frac{\pi x}{4} + 3$$

имеет единственное решение.

6. Банкомат обменивает монеты: дублоны на пистолы и наоборот. Пистоль стоит s дублонов, а дублон — $1/s$ пистолей, где s — не обязательно целое. В банкомат можно вбросить любое число монет одного вида, после чего он выдает в обмен монеты другого вида, округляя результат до ближайшего целого числа (если ближайших чисел два, выбирается большее).

а) Может ли так быть, что обменяв сколько-то дублонов на пистолы, а затем обменяв полученные пистолы на дублоны, мы получим больше дублонов, чем было в начале?

б) Если да, то может ли случиться, что полученное число дублонов еще увеличится, если проделать с ними такую же операцию?