

Задания**Задания Д7 С2 № 521433**

Основанием пирамиды $SABC$ является равносторонний треугольник ABC , длина стороны которого равна $4\sqrt{2}$. Боковое ребро SC перпендикулярно плоскости основания и имеет длину 2.

а) Докажите, что угол между скрещивающимися прямыми, одна из которых проходит через точку S и середину ребра BC , а другая проходит через точку C и середину ребра AB равен 45° .

б) Найдите расстояние между этими скрещивающимися прямыми.

Решение.

а) Пусть N — середина AB , тогда $CN = \frac{\sqrt{3}}{2}AB = 2\sqrt{6}$. Опустим из M — середины BC — перпендикуляр MN_1 на AB его длина будет тогда $\sqrt{6}$. Далее, $SM = \sqrt{SC^2 + CM^2} = 2\sqrt{3}$ и $SN_1 = \sqrt{SC^2 + CN^2 + NN_1^2} = \sqrt{30}$

Искомый угол равен углу $\angle SMN_1$ или смежному с ним. По теореме косинусов имеем

$30 = 6 + 12 - 2\sqrt{6} \cdot 2\sqrt{3} \cdot \cos \angle SMN_1$, откуда $\cos \angle SMN_1 = \frac{-\sqrt{2}}{2}$ и $\angle SMN_1 = 135^\circ$, откуда и следует утверждение.

$$\text{б) } V_{SMCN} = \frac{1}{3} \cdot SC \cdot S_{CMN} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} S_{ABC} = \frac{1}{6} \cdot \frac{32\sqrt{3}}{4} = \frac{4}{\sqrt{3}}.$$

С другой стороны, $V_{SMCN} = \frac{1}{6} \cdot SM \cdot CN \cdot \sin \angle(SM, CN) \cdot d(SM, CN) = \frac{1}{6} \cdot 2\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{6} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot d(SM, CN) = 2d(SM, CN)$, откуда $d(SM, CN) = \frac{2}{\sqrt{3}}$.

Ответ: б) $\frac{2}{\sqrt{3}}$.

