Задания

Задание 11 № 114725

Часы со стрелками показывают 4 часа 15 минут. Через сколько минут минутная стрелка в восьмой раз поравняется с часовой?

Решение.

Это задание ещё не решено, приводим решение прототипа.

Часы со стрелками показывают 8 часов 00 минут. Через сколько минут минутная стрелка в четвертый раз поравняется с часовой?

Скорость движения минутной стрелки 12 делений/час (под одним делением здесь подразумевается расстояние между соседними цифрами на циферблате часов), а часовой – 1 деление/час. До четвертой встречи минутной и часовой стрелок минутная должна сначала 3 раза «обогнать» часовую, то есть пройти 3 круга по 12 делений. Пусть после этого до четвертой встречи часовая стрелка пройдет L делений. Тогда общий путь минутной стрелки складывается из найденных 36 делений, ещё 8 изначально разделяющих их делений (поскольку часы показывают 8 часов) и последних L делений. Приравняем время движения часовой и минутной стрелок:

$$\frac{L}{1}=\frac{L+8+36}{12}\Leftrightarrow 12L=L+44\Leftrightarrow L=4.$$

Часовая стрелка пройдет 4 деления, что соответствует 4 часам, то есть 240 минутам.

Ответ: 240.

Приведем другое решение.

Ясно, что в первый раз стрелки встретятся между 8 и 9 часами, второй раз — между 9 и 10 часами, третий — между 10 и 11, четвертый — между 11 и 12 часами, то есть ровно в 12 часов. Таким образом, они встретятся ровно через 4 часа, что составляет 240 минут.

По просьбам читателей помещаем общее решение.

Скорость вращения часовой стрелки равна 0,5 градуса в минуту, а минутной — 6 градусов в минуту. Поэтому когда часы показывают время h часов m минут часовая стрелка повернута на $30h + 0{,}5m$ градусов, а минутная — на $6m$ градусов относительно 12-часового деления.

Пусть в первый раз стрелки встретятся через t_1 минут. Тогда если минутная стрелка еще не опережала часовую в течение текущего часа, то $6m + 6t_1 = 30h + 0{,}5m + 0{,}5t_1$, т. е. $t_1 = (60h - 11m)/11$ (*). В противоположном случае получаем уравнение $6m + 6t_1 = 30h + 0{,}5m + 0{,}5t_1 + 360$, откуда $t_1 = (60h - 11m + 720)/11$ (**).

Пусть во второй раз стрелки встретятся через t_2 минут после первого, тогда $0{,}5t_2 = 6t_2 - 360$, откуда $t_2 = 720/11$ (***). Это же верно для каждого следующего оборота.

Поэтому для встречи с номером n из (*) и (**) с учетом (***) имеем соответственно: $t_n = (60h - 11m + 720(n - 1))/11$ или $t_n = (60h - 11m + 720n)/11$.

Прототип задания