

Задания

Задания Д12 С4 № 527205

Окружность с центром O , вписанная в треугольник ABC , касается его сторон AB , AC и BC в точках C_1 , B_1 и A_1 соответственно. Биссектриса угла A пересекает эту окружность в точке Q , лежащей внутри треугольника AB_1C_1 .

А) Докажите, что C_1Q — биссектриса угла AC_1B_1 .

Б) Найдите расстояние от точки O до центра окружности, вписанной в треугольник AB_1C_1 , если известно, что $BC = 9$, $AB = 10$, $AC = 17$.

Решение.

а) Поскольку биссектриса проходит через центр вписанной окружности треугольника, точка Q — середина дуги C_1B_1 вписанной окружности треугольника ABC . Поэтому дуги C_1Q и QB_1 равны. Значит, равны и углы $\angle AC_1Q$ и $\angle QC_1B_1$ — первый из них равен половине первой дуги как угол между касательной и хордой, а второй равен половине второй дуги как вписанный угол, опирающийся на нее.

б) Как следует из пункта а), точка Q — пересечение биссектрис треугольника AC_1B_1 , то есть его центр вписанной окружности. Поэтому нужно найти $OQ = r_{ABC}$. Вычислим:

$$P_{ABC} = \frac{9 + 10 + 17}{2} = 18;$$

$$S_{ABC} = \sqrt{18(18-9)(18-10)(18-17)} = 36.$$

$$\text{Поэтому } r_{ABC} = \frac{36}{18} = 2.$$

Ответ: б) 2.

Поделиться

