

Задания**Задание 18 № 503150**

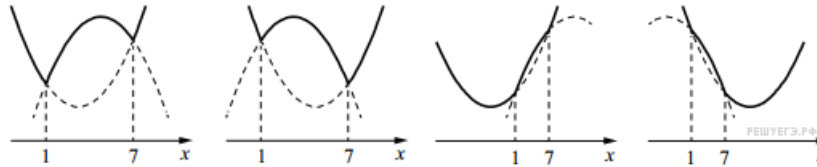
Найдите все значения параметра a , при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = 2ax + |x^2 - 8x + 7|$ больше 1.

Решение.

При $x^2 - 8x + 7 \geq 0$: $f(x) = x^2 + 2(a-4)x + 7$, а её график состоит из двух частей параболы с ветвями, направленными вверх, и осью симметрии $x = 4 - a$.

При $x^2 - 8x + 7 < 0$: $f(x) = -x^2 + (2a+8)x - 7$, а её график есть часть параболы с ветвями, направленными вниз.

Все четыре возможных вида графика функции $f(x)$ показаны на рисунках.



Наименьшее значение функции $f(x)$ может принять только в точках $x = 1$, $x = 7$ или $x = 4 - a$. Поэтому наименьшее значение функции $f(x)$ больше 1 тогда и только тогда, когда

$$\begin{cases} f(1) > 1, \\ f(7) > 1, \\ f(4-a) > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a > 1, \\ 14a > 1, \\ 2a(4-a) + |a^2 - 9| > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > \frac{1}{2}, \\ 2a^2 - 8a + 1 - |a^2 - 9| < 0. \end{cases}$$

Если $\frac{1}{2} < a < 3$, то второе неравенство принимает вид $3a^2 - 8a - 8 < 0$, откуда $\frac{4 - \sqrt{40}}{3} < a < \frac{4 + \sqrt{40}}{3}$. Этот промежуток содержит интервал $\left(\frac{1}{2}; 3\right)$.

Если $a \geq 3$, то $a^2 - 8a + 10 < 0$, откуда $4 - \sqrt{6} < a < 4 + \sqrt{6}$. Значит, $3 \leq a < 4 + \sqrt{6}$.

Объединяя найденные промежутки, получаем: $\frac{1}{2} < a < 4 + \sqrt{6}$.

Ответ: $\frac{1}{2} < a < 4 + \sqrt{6}$.

[Прототип задания](#)