

ЕГЭ — 2018. Основная волна 01.06.2018. Вариант 401 (С часть).

1. а) Решите уравнение: $2 \sin^2 x + \sqrt{2} \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) = \cos x$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2} \right]$.

2. В цилиндре образующая перпендикулярна плоскости основания. На окружности одного из оснований цилиндра выбраны точки A , B и C , а на окружности другого основания — точка C_1 , причём CC_1 — образующая цилиндра, а AC — диаметр основания. Известно, что $\angle ACB = 30^\circ$, $AB = \sqrt{2}$, $CC_1 = 2$.

а) Докажите, что угол между прямыми AC_1 и BC равен 45° .

б) Найдите объём цилиндра.

3. Решите неравенство: $\log_5(3x+1) + \log_5 \left(\frac{1}{72x^2} + 1 \right) \geq \log_5 \left(\frac{1}{24x} + 1 \right)$.

4. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность радиуса $R = 8$. Известно, что $AB = BC = CD = 12$.

а) Докажите, что прямые BC и AD параллельны.

б) Найдите AD .

5. 15-го декабря планируется взять кредит в банке на 1 000 000 рублей на $(n+1)$ месяц. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца с 1-го по n -й долг должен быть на 40 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;

— 15-го числа n -го месяца долг составит 200 тысяч рублей;

— к 15-му числу $(n+1)$ -го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Найдите r , если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 1378 тысяч рублей.

6. Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} ax^2 + ay^2 - (2a - 5)x + 2ay + 1 = 0, \\ x^2 + y = xy + x \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

7. На доске написано 11 различных натуральных чисел. Среднее арифметическое шести наименьших из них равно 5, а среднее арифметическое шести наибольших равно 15.

а) Может ли наименьшее из этих одиннадцати чисел равняться 3?

б) Может ли среднее арифметическое всех одиннадцати чисел равняться 9?

в) Пусть B — шестое по величине число, а S — среднее арифметическое всех одиннадцати чисел. Найдите наибольшее значение выражения $S - B$