

Задания

Задание 18 № 504834

Петя умножил некоторое натуральное число на соседнее натуральное число, и получил произведение, равное a . Вася умножил некоторое четное натуральное число на соседнее четное натуральное число и получил произведение, равное b .

- Может ли модуль разности чисел a и b равняться 8?
- Может ли модуль разности чисел a и b равняться 11?
- Какие значения может принимать модуль разности чисел a и b ?

[Спрятать решение](#)

Решение.

а) Да, например, Петя умножил 8 на 9, получив 72, а Вася умножил 8 на 10, получив 80. Модуль разности полученных произведений равен 8.

б) Заметим, что произведение последовательных чисел всегда четно, так как одно из них четно. Таким образом, Петино произведение будет четным. Васино же произведение четно в силу того, что он перемножает два четных числа. Значит, и модуль разности чисел a и b будет четным, таким образом, он не может быть равен 11.

в) Как было показано в пункте б) модуль разности будет четным. Покажем, что он не может быть равен нулю. Пусть Петя перемножал числа x и $x + 1$, а Вася — числа y и $y + 2$. Тогда, если модуль разности их произведений равен нулю, имеем:

$$x(x + 1) = y(y + 2) \Leftrightarrow x^2 + x = y^2 + 2y \Leftrightarrow x^2 + x + 1 = (y + 1)^2.$$

Заметим, что $x < y + 1$, так как $x^2 < (y + 1)^2$. С другой стороны, $y + 1 < x + 1$, так как $(y + 1)^2 = x^2 + x + 1 < (x + 1)^2$.

Итак, $x < y + 1 < x + 1$, но натуральное число не может лежать между двумя соседними натуральными числами. Значит, модуль разности не может равняться 0. Тогда он не меньше 2, так как четен.

Покажем, что он может принимать любое четное натуральное значение. Пусть Петя умножил четное число n на $n + 1$, а Вася умножил n на $n + 2$. Тогда модуль разности их произведений равен:

$$n(n + 2) - n(n + 1) = n.$$

ввиду того, что n — любое четное натуральное число, то искомым модуль разности может принимать любое четное натуральное значение.

Ответ: а) да; б) нет; в) все четные натуральные числа.

Критерии проверки:

[Спрятать критерии](#)

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Верно получены все перечисленные результаты (см. критерий на 1 балл).	4
Верно получены три из перечисленных результатов (см. критерий на 1 балл).	3
Верно получены два из перечисленных результатов (см. критерий на 1 балл).	2
Верно получен один из перечисленных результатов: — приведен верный пример в пункте а); — обоснованное решение пункта б); — доказательство невозможности равенства полученных произведений в); — доказательство того, что любое четное натуральное число является ответом на вопрос пункта в).	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

[Прототип задания](#)