

Задания

Задание 12 № 3747

Найдите наименьшее значение функции $y = 4 \operatorname{tg} x - 8x + 2\pi - 15$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right]$.

Решение.

Это задание ещё не решено, приводим решение прототипа.

Найдите наименьшее значение функции $y = 2 \operatorname{tg} x - 4x + \pi - 3$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right]$.

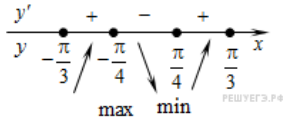
Найдем производную заданной функции:

$$y' = 2 \cdot \frac{1}{\cos^2 x} - 4 = \frac{-2(2\cos^2 x - 1)}{\cos^2 x} = \frac{-2 \cos 2x}{\cos^2 x}.$$

Производная определена во всех точках заданного отрезка. Найдем ее нули на этом отрезке:

$$\begin{cases} \cos 2x = 0, \\ -\frac{2\pi}{3} \leq 2x \leq \frac{2\pi}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{2}, \\ 2x = -\frac{\pi}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4}, \\ x = -\frac{\pi}{4}. \end{cases}$$

Определим знаки производной функции на заданном отрезке и изобразим на рисунке поведение функции:



Наименьшим значением функции на заданном отрезке будет наименьшее из чисел $y\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ и $y\left(\frac{\pi}{4}\right)$. Найдем их:

$$\begin{aligned} y\left(-\frac{\pi}{3}\right) &= -4\left(-\frac{\pi}{3}\right) + 2 \operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{3}\right) + \pi - 3 = \frac{7\pi}{3} - 2\sqrt{3} - 3 > 0, \\ y\left(\frac{\pi}{4}\right) &= 2 \cdot 1 - 4\left(\frac{\pi}{4}\right) + \pi - 3 = -1. \end{aligned}$$

Заметим, что $y\left(-\frac{\pi}{3}\right) > y\left(\frac{\pi}{4}\right)$, поэтому наименьшее значение функции на отрезке равно -1 .

Ответ: -1 .

[Прототип задания](#)