Задания

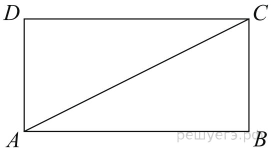
Задание 6 № 56015

Периметр прямоугольника равен 22, а площадь равна 10,5. Найдите диагональ этого прямоугольника.

Решение.

Это задание ещё не решено, приводим решение прототипа.

Периметр прямоугольника равен 34, а площадь равна 60. Найдите диагональ этого прямоугольника.



Периметр прямоугольника равен сумме длин его сторон. Площадь прямоугольника равна их произведению. Обозначим длины сторон a и b. Тогда периметр и площадь прямоугольника соответственно равны $P=2(a+b)=34$ и $S=ab=60$. Решим систему:

$$\begin{cases} a+b=17, \\ ab=60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=17-b, \\ 17b-b^2=60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=17-b, \\ \left[\begin{array}{l} b=5, \\ b=12 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a=12, \\ b=5, \end{cases} \\ \begin{cases} a=5, \\ b=12. \end{cases} \end{array}\right.$$

Тем самым, стороны прямоугольника треугольника равны 5 и 12.

Диагональ разбивает прямоугольник на два прямоугольных треугольника, в которых она является гипотенузой. Пусть длина диагонали равна c, тогда по теореме Пифагора

$$c=\sqrt{5^2+12^2}=\sqrt{25+144}=13.$$

Ответ: 13.

Примечание 1.

Можно заметить, что система уравнений $a+b=17, ab=60$ является системой Виета. Поэтому её решения — корни квадратного уравнения $t^2-17t+60=0$, откуда $t=5$ и $t=12$.

Примечание 2.

Можно было и вовсе не решать систему уравнений: действительно,

$$c^2=a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=17^2-2\cdot 60=169=289-120=169,$$

откуда $c=13$.

Прототип задания