

**Системы с параметром**

1. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \frac{(y^2 - xy + 3x - y - 6)\sqrt{x+2}}{\sqrt{6-x}} = 0, \\ x + y - a = 0. \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

2. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} y(y-7) = xy - 5(x+2), \\ x \leq 6, \\ \frac{a(x-6) - 2}{y-2} = 1. \end{cases}$$

имеет единственное решение.

3. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} yx^2 + y^2 = 2y + 63 - 7x^2, \\ x \geq -3, \\ x + y = a \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

4. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} x^2 - 2x + |y| - 15 = 0, \\ x^2 + (y-a)(y+a) = 2\left(x - \frac{1}{2}\right) \end{cases}$$

имеет ровно 6 решений.

5. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} y^2 + xy - 4x - 9y + 20 = 0, \\ y = ax + 1, \\ x > 2 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

6. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система уравнений  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 2a, \\ 2xy = 2a - 1 \end{cases}$  имеет ровно два решения.

7. При каких значениях параметра  $a$  система  $\begin{cases} y = x^2 - 2x, \\ x^2 + y^2 + a^2 = 2x + 2ay \end{cases}$  имеет решения?

8. При каких значениях параметров  $a$  и  $b$  система  $\begin{cases} 8x + (a^2 + ab + b^2)y = 4, \\ (a-b)x + 26y = 2 \end{cases}$  имеет бесконечно много решений?

9. При каких значениях параметра  $a$  для любых значений параметра  $b$  хотя бы при одном значении параметра  $c$  система уравнений

$$\begin{cases} bx + y = ac^2, \\ x + by = ac + 1 \end{cases}$$

имеет решения?

10. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \frac{xy^2 - 2xy - 4y + 8}{\sqrt{x+4}} = 0, \\ y = ax \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

11. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \frac{xy^2 - 3xy - 3y + 9}{\sqrt{x+3}} = 0, \\ y = ax \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

12. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (xy^2 - 2xy - 6y + 12)\sqrt{6-x} = 0, \\ y = ax \end{cases}$$

имеет ровно три различных решения.

13. Найдите все значений  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (y^2 - xy + x - 3y + 2)\sqrt{x+3} = 0, \\ a - x - y = 0 \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

14. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} |x^2 - 2x| - x^2 = |y^2 - 2y| - y^2, \\ x + y = a \end{cases}$$

имеет более двух решений.

15. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x-2)(y+2x-4) = |x-2|^3, \\ y = x + a \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

16. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} y^2 - x - 2 = |x^2 - x - 2|, \\ x - y = a \end{cases}$$

имеет более двух решений.

17. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (ay - ax + 2)(y - x + 3a) = 0, \\ |xy| = a \end{cases}$$

имеет ровно шесть решений.

18.

При каких значениях параметра  $a$  хотя бы при одном значении параметра  $c$  система уравнений

$$\begin{cases} bx + y = ac^2, \\ x + by = ac + 1 \end{cases}$$

имеет решения для любых значений параметра  $b$ ?

19. Найдите все значения параметра  $a$ , при которых система

$$\begin{cases} 2^x \cdot (y+1)(1-y \cdot 2^x) = a^3, \\ (1+2^x)(1-y \cdot 2^x) = a \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение.

20. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} a(x+2) + y = 3a, \\ a + 2x^3 = y^3 + (a+2)x^3 \end{cases}$$

имеет не более двух решений.

21. Найдите все значения параметра  $p$ , при каждом из которых система неравенств

$$\begin{cases} x^2 + 18px + 77p^2 \leq 0, \\ (x - 324)^2 \geq (29p)^2 \end{cases}$$

имеет единственное решение.