

## А. Ларин: Тренировочный вариант № 160.

1. Дано уравнение  $x\sqrt{x} - 3x + 2\sqrt{x} = 3x - 9\sqrt{x} + 6$ .

а) Решите уравнение.

б) Найдите его корни, принадлежащие отрезку  $[\sqrt{5}; 4\sqrt{5}]$ .

2. Дан куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ .

а) Докажите, что объём пирамиды с основанием  $A_1 BCD_1$  и вершиной в точке  $B_1$  составляет третью часть объёма куба.

б) Найдите угол между плоскостями  $B_1 A_1 B$  и  $B_1 D_1 C$ .

3. Решите неравенство  $\frac{\log_2(x+2)}{2^{x+2} - 4^x - 3} \leq \log_2(x+2)$ .

4. Три окружности, две из которых одинакового радиуса, попарно касаются друг друга внешним образом в точках  $A$ ,  $B$  и  $C$ .

а) Докажите, что треугольник  $ABC$  равнобедренный.

б) Найдите радиус круга, вписанного в четырёхугольник с вершинами в точках  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $O$ , если известно, что радиусы окружностей 6; 6 и 4, а точка  $O$  — центр меньшей из них.

5. Из города  $A$  в город  $B$  выехал автомобиль. Одновременно с ним из пункта  $C$ , расположенного между  $A$  и  $B$ , в город  $A$  выехал второй автомобиль. Первый прибыл в  $B$  одновременно с прибытием второго в  $A$ . Затем автомобили одновременно выехали навстречу друг другу, встретились в пункте  $P$ , и одновременно прибыли первый — в  $A$ , второй — в  $B$ . Каждый автомобиль ехал со своей постоянной скоростью, но второй сделал остановку на пути от  $C$  к  $A$ , а первый — остановку той же продолжительности на пути от  $B$  к  $P$ . Найдите расстояние между  $C$  и  $P$ , если расстояние от  $A$  до  $C$  равно 270 км, а расстояние от  $C$  до  $B$  равно 180 км.

6. Найдите все  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\log_{3a+2}(\cos^2 x - a^2 \cos x + a^2) = 0$$

имеет ровно четыре корня на промежутке  $\left(-\frac{2\pi}{3}; 2\pi\right]$ .

7. Целые числа  $a_1, a_2, a_3, a_4$  четырьмя последовательными членами арифметической прогрессии.

а) Может ли разность дробей  $\frac{a_2}{a_1}$  и  $\frac{a_4}{a_3}$  равняться  $\frac{3}{4}$ ?

б) Может ли разность дробей  $\frac{a_2}{a_1}$  и  $\frac{a_4}{a_3}$  равняться  $\frac{9}{8}$ ?

в) Найдите все возможные целые значения разности дробей  $\frac{a_2}{a_1}$  и  $\frac{a_4}{a_3}$ .