

А. Ларин: Тренировочный вариант № 176.

1. а) Решите уравнение $9^{\sin x \cdot \operatorname{tg} x} \cdot 27^{\operatorname{tg} x} = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{\cos x}}$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\pi; 7,5\pi]$.

2. В правильной четырехугольной пирамиде $PABCD$ сторона основания равна 20, а высота пирамиды равна 11,25. Через ребро AB под углом β к плоскости ABC проведена плоскость α . Известно, что $\operatorname{tg} \beta = \frac{3}{4}$.

а) Докажите, что плоскость α делит ребро PC в отношении 1:4, считая от точки P .

б) Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью α .

3. Решите неравенство $\frac{(2^x - 2)^3}{2^{x+2} - 12} \geq \frac{8^x - 4^{x+1} + 2^{x+2}}{9 - 4^x}$.

4. Первая окружность, вписанная в равнобедренный треугольник ABC , касается основания AC в точке M . Вторая окружность касается основания AC и продолжений боковых сторон.

а) Докажите, что длина основания треугольника является средним геометрическим диаметров первой и второй окружностей.

б) Найдите радиус второй окружности, если радиус первой равен 3, а $BM = 8$.

5. Из пункта A в пункт B со скоростью 80 км/ч выехал первый автомобиль, а через некоторое время с постоянной скоростью — второй. После остановки на 20 мин в пункте B второй автомобиль поехал с той же скоростью назад. Через 48 км он встретил первый автомобиль, шедший навстречу, и был на расстоянии 120 км от B в тот момент, когда в пункт B прибыл первый автомобиль. Найти расстояние от A до места первой встречи, если расстояние между пунктами A и B равно 480 км.

6. Для каждого значения параметра a найдите точку максимума функции

$$f(x) = x^3(3x - 8a) + 6(a^2 - 1)x^2.$$

7. Дан клетчатый квадрат размером 6×6 .

а) Можно ли этот квадрат разрезать на десять попарно различных клетчатых многоугольников?

б) Можно ли этот квадрат разрезать на одиннадцать попарно различных клетчатых многоугольников?

в) На какое наибольшее число попарно различных клетчатых прямоугольников можно разрезать этот квадрат?

